

ALFRED RÉNYI

DIALOGE
ÜBER
MATHEMATIK



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST

ALFRÉD RÉNYI

DIALOGE
ÜBER
MATHEMATIK



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1967

Titel der ungarischen Ausgabe:
Dialogusok a matematikáról

Redaktion der deutschen Fassung:
Dr. Rolf Sulanke und Ludwig Böll

SOKRATISCHER DIALOG

Sokrates:

Sei gegrüßt, Hippokrates! Hältst du Ausschau nach einem Bekannten?

Hippokrates:

Nicht mehr, Sokrates, sei mir begrüßt! Du warst es nämlich, den ich suchte, zuerst im Lykeion und dann auf der Agora. Dort sagte man mir, du eringest dich hier am Ufer des Ilisos. So eile ich hierher.

Sokrates:

Dann sage mir, was dich nach mir verlangen ließ; auch ich wollte dich einiges fragen, was mich seit unserer Unterhaltung mit Protagoras beschäftigt. Du erinnerst dich doch noch daran?

Hippokrates:

Wie sollte ich dieses Gespräch vergessen! Jeden Tag denke ich daran, und ich wollte dich gerade im Zusammenhang damit um Rat fragen.

Sokrates:

Das trifft sich ja ausgezeichnet. Du wolltest also mit mir über dasselbe sprechen wie ich mit dir. Somit haben sich zwei Sachen als ein und dieselbe herausgestellt; und da sagen die Mathematiker immer, zwei wäre niemals gleich eins!

Hippokrates:

Du kannst Gedanken lesen, Sokrates. Gerade über Mathematik wollte ich mit dir sprechen.

Sokrates:

Aber du weißt doch, daß ich kein Mathematiker bin! Warum gehst du nicht zu dem hochgelehrten Theodoros?

Vetrieb dieses Exemplars in Ungarn gestattet

© 1967 by Akadémiai Kiadó, Budapest
Gemeinschaftsausgabe des Akadémiai Kiadó, Budapest und des VEB
Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin
Printed in Hungary

Hippokrates:

Ich bin wirklich überrascht, Sokrates. Du errätst meine Fragen, bevor ich sie ausgesprochen habe. Gerade weil ich erwage, ein Schüler des Theodoros zu werden, wollte ich deinen Rat und deine Meinung erfragen. Als ich neulich zu dir kam und dir von meiner Absicht erzählte, in die Schule des Protagoras einzutreten, gingst du mit mir zu ihm und lenktest unser Gespräch so geschickt, daß es offenbar wurde, wie wenig Protagoras imstande ist, genau zu sagen, worin das Wissen besteht, in dem er als Sophist seine Schüler unterrichtet. Er weiß gar nicht, wovon er redet und wozu seine Wissenschaft gut ist. Da habe ich meinen Plan aufgegeben und mich ihm nicht angeschlossen. Jenes Gespräch hat mir freilich nur gezeigt, was ich nicht tun soll, aber nicht, was ich tun soll. Seither geht mir diese Frage ständig im Kopf herum. Zwar lebe ich ganz angenehm; ich gehe mit meinen Altersgenossen zur Gymnastik, zum Gastmahl und zu andern Vergnügungen, aber das befriedigt mich nicht. Es beunruhigt mich, daß ich spüre, wie wenig ich weiß; genauer gesagt, daß mir alles, was ich weiß, als ungewiß und unbegründet erscheint. Besonders seit deinem Gespräch mit Protagoras ist mir klar geworden, daß ich von so vertrauten Begriffen wie dem Guten, dem Schönen, dem Wahren, von denen ich glaube, genau zu wissen, was sie bedeuten, ganz unzureichende Vorstellungen habe. Während jenes Gespräches hast du mich viele Dinge gelehrt; ich betrachte es als einen großen Gewinn, erkant zu haben, wie beschränkt mein Wissen von diesen Begriffen ist.

Sokrates:

Es freut mich sehr, Hippokrates, daß du mich so gut verstanden hast. Ich sage ja immer ganz offen, daß ich nichts weiß, aber im Unterschied zu den meisten Leuten bilde ich mir auch nicht ein, etwas zu wissen, was ich in Wirklichkeit nicht weiß.

Hippokrates:

Das zeigt ohne Zweifel, mein lieber Sokrates, wieviel weiser du bist als alle anderen; aber mir genügt diese Art von Weisheit nicht. Ich möchte sichere und begründete Kenntnisse besitzen und werde keine Ruhe finden, ehe ich sie erworben habe. Seit jener Diskussion mit

Protagoras frage ich mich oft, an wen ich mich wenden und was ich erlernen soll, da es sich ja nicht verloht, bei den Sophisten in die Schule zu gehen. Kürzlich habe ich mich mit Theaitetos unterhalten; er sagte mir, die Art des Wissens, welches ich erlangen möchte, sei nur in der Mathematik zu finden, und er riet mir, bei seinem Lehrer Theodoros Mathematik zu studieren, es gebe in Athen keinen der Zahlen und der Geometrie Kundigeren. Nun erbittet ich deinen Rat; denn ich möchte keinen Entschluß fassen, den ich später wieder bereue – wie damals, als ich Schüler des Protagoras werden wollte. Sage mir bitte, Sokrates, werde ich finden, was ich suche, wenn ich Schüler des Theodoros werde und bei ihm Mathematik lerne, oder hältst du auch das für zwecklos?

Sokrates:

Du trust mir zuviel Ehre an, Hippokrates, mit deiner Frage. Ich kann dir nichts anderes sagen, als daß du dich an keinen besseren Meister wenden kannst als an meinen hochverehrten Freund Theodoros, wenn du Mathematik lernen willst. Ob es aber richtig ist, das Studium der Mathematik zu wählen, mußt du selbst entscheiden, denn schließlich mußt du deine eigenen Wünsche kennen.

Hippokrates:

Aber Sokrates, warum willst du mir nicht helfen? Habe ich dich vielleicht gekränkt? Sollte ich es verehentlich getan haben, so sage mir offen, wie ich dich wieder versöhnen kann.

Sokrates:

Du mißverständest mich, Hippokrates. Ich möchte dir gerne helfen, aber du verlangst Unnötiges von mir. Wie kann ich an deiner Stelle entscheiden, was du tun sollst? Mit dieser Frage muß jeder für sich allein fertig werden. Das einzige, was ich für dich tun kann, besteht darin, daß ich mit meiner Hebammenkunst eine Art Geburthilfe bei deiner eigenen Entscheidung leiste.

Hippokrates:

Ich bitte dich, Sokrates, verweigere mir diese Hilfe nicht, und wenn du jetzt Zeit hast, so laß uns gleich beginnen.

Sokrates:

Nun wohlan! Siehst du dort die hohe Platane? Legen wir uns in ihren Schatten und fangen wir an. Aber sage mir zuerst, ob du bereit bist, dieses Gespräch so zu führen, wie es meine Art ist. Nämlich so, daß ich dir Fragen stelle und du sie beantwortest. Du darfst auch nicht vergessen, daß du von einem solchen Gespräch keinen anderen Nutzen haben kannst als den, besser zu erkennen, was du eigentlich schon vorher wußtest, und daß wir nur entdecken können, was keimhaft schon in dir vorhanden war. Ich hoffe, du wirst dich nicht so benehmen wie König Dareios, der den Leiter seiner Bergwerke hinrichten ließ, weil dieser aus einer Grube nur Kupfer förderte, wo jener Gold zu finden hoffte. Der König hatte vergessen, daß ein Bergmann aus der Erde nur das herausholen kann, was in ihr vorhanden ist. Ich hoffe, du wirst nicht demselben Irrtum wie Dareios verfallen.

Hippokrates:

Ich schwöre dir beim Zeus, daß ich dir keine Vorwürfe machen werde; jetzt aber bitte ich dich, spanne mich nicht länger auf die Folter, sondern laß uns mit dem Schlüpfen beginnen.

Sokrates:

Wie du es wünschst. Dann sage mir doch zunächst einmal: Was ist eigentlich Mathematik? Ich darf doch annehmen, du weißt, was das für eine Sache ist, die du studieren willst?

Hippokrates:

Diese Frage kann ja jedes Kind beantworten. Mathematik ist eine Wissenschaft, und sogar eine der hervorragendsten.

Sokrates:

Ich wollte kein Loblied auf die Mathematik hören, sondern wissen, worum es sich dabei handelt. Damit du aber besser begreifst, was mir unklar ist, nehmen wir doch erst einmal eine andere Wissenschaft, etwa die Medizin. Stimmt es, wenn ich sage, daß die Medizin die Wissenschaft von den Krankheiten und von der Gesundheit ist? Und daß ihr Ziel die Heilung der Kranken und die Gesunderhaltung der Gesunden ist?

Hippokrates:

Gewiß, so ist es.

Sokrates:

Was für Krankheiten es gibt, wie man sie unterscheiden und heilen kann, das wissen nur die Mediziner, und selbst sie wissen noch ziemlich wenig. Aber den Gegenstand und den Zweck der Medizin kennt tatsächlich jedes Kind. Aber ist es mit der Mathematik nicht etwas anderes?

Hippokrates:

Dann erkläre mir, bitte, diesen Unterschied, Sokrates, denn ich sehe ihn nicht deutlich.

Sokrates:

Denke gut nach. Hat die Medizin einen Gegenstand, der existiert, oder einen, der nicht existiert? Gibt es auch Krankheiten, wenn es keine Ärzte gäbe?

Hippokrates:

Natürlich, es gäbe deren sicherlich viel mehr.

Sokrates:

Jetzt nehmen wir einmal eine andere Wissenschaft. Nicht wahr, der Astronom beschäftigt sich mit den Sternen und ihrer Bewegung?

Hippokrates:

Genauso ist es!

Sokrates:

Und wenn ich dich jetzt frage, ob der Gegenstand der Astronomie existiert oder nicht, was antwortest du?

Hippokrates:

Selbstverständlich, daß die Astronomie sich mit einem Gegenstand beschäftigt, der existiert.

Sokrates:

Würden die Sterne existieren, auch wenn es keine Astronomen gäbe?

Hippokrates:

Sicherlich; und selbst wenn Zeus in seinem Zorn die ganze Menschheit vernichtete, würden die Sterne nachts am Himmel weiter leuchten. Aber warum reden wir von der Astronomie und nicht von der Mathematik?

Sokrates:

Sei doch nicht so ungeduldig, mein Freund. Reden wir ruhig noch von einigen anderen Wissenschaften und Berufen, bevor wir zur Mathematik kommen, damit wir etwas haben, womit wir die Mathematik und die Tätigkeit des Mathematikers vergleichen können. Wie würdest du einen Mann bezeichnen, der Tiere und Pflanzen untersucht, der weiß, was für Wesen die Wälder und die Tiefen der Meere bevölkern?

Hippokrates:

Ich würde ihn einen Naturforscher nennen.

Sokrates:

Du stimmst mir also zu, wenn ich sage, daß auch dieser Mann etwas untersucht, das in der Natur existiert?

Hippokrates:

Freilich.

Sokrates:

Und wie würdest du einen Mann bezeichnen, der sich mit den Gesteinen befaßt und weiß, welche davon eisenhaltig sind?

Hippokrates:

Das wäre ein Kenner der Mineralien.

Sokrates:

Befaßt sich also ein solcher Mann mit Dingen, die existieren, oder mit Dingen, die nicht existieren?

Hippokrates:

Selbstverständlich mit Dingen, die existieren.

Sokrates:

Können wir nun behaupten, daß jede Wissenschaft sich mit Dingen befaßt, die existieren?

Hippokrates:

Es hat den Anschein, daß dem so ist.

Sokrates:

Aha, und jetzt, Hippokrates, sage mir, was ist der Gegenstand der Mathematik, was untersucht der Mathematiker?

Hippokrates:

Das habe ich auch Theaitetos gefragt, und er hat mir geantwortet, daß der Mathematiker Zahlen und geometrische Formen untersucht.

Sokrates:

Diese Antwort ist deutlich, und er hätte auch keine bessere finden können. Aber überlege einmal genau: Können wir sagen, daß Zahlen und Formen Dinge sind, die existieren?

Hippokrates:

Ich meine, schon; denn wie könnten wir sonst von Ihnen reden?

Sokrates:

Ja, ja, aber es gibt doch etwas, was mich stört: Betrachten wir beispielsweise die Primzahlen. Existieren sie so wie die Sterne oder die Fische? Gäbe es auch Primzahlen, wenn es keine Mathematiker gäbe?

Hippokrates:

Es dämmert mir allmählich, worauf du hinaus willst. Ich sehe schon, daß die Sache nicht so einfach ist, wie ich annahm, und ich muß zugeben, daß ich nicht weiß, wie ich deine Frage beantworten soll.

Sokrates:

Stellen wir die Frage einmal anders: Du bist also der Meinung, daß die Sterne auch am Himmel stünden, wenn man sie nicht beobachten würde, und daß die Fische im Meer umherschwimmen würden, auch wenn sie niemand fangen würde, weder um sie zu essen, noch um sie zu untersuchen?

Hippokrates:

So ist es.

Sokrates:

Aber wo wären die Primzahlen, wenn sich die Mathematiker nicht mit ihnen befassen würden?

Hippokrates:

Es ist sicher, daß sie nirgends sein würden; denn wenn die Mathematiker an Primzahlen denken, existieren die Primzahlen in ihren Köpfen. Wenn niemand an die Primzahlen denkt, dann sind sie auch nirgends.

Sokrates:

Müssen wir da nicht sagen, daß die Mathematiker sich mit Dingen befassen, die es ohne sie gar nicht gäbe?

Hippokrates:

Das scheint tatsächlich so zu sein.

Sokrates:

Wenn ich also sage, daß die Mathematiker sich mit etwas beschäftigen, was gar nicht existiert oder wenigstens nicht in der Weise existiert wie die Sterne oder die Fische, sage ich dann die Wahrheit?

Hippokrates:

Ganz bestimmt.

Sokrates:

Sehen wir uns die Sache vorsichtshalber noch einmal gründlich an. Es wäre nicht richtig, sich zu überreilen. Hast du ein Wachstafelchen bei dir?

Hippokrates:

Hier ist es.

Sokrates:

Nun paß gut auf! Ich schreibe hier eine Zahl hin, sagen wir 37. Existiert diese Zahl?

Hippokrates:

Ohne Zweifel. Wir sehen sie ja. Wir können sie sogar betasten.

Sokrates:

Dann wären Zahlen also doch etwas, was existiert?

Hippokrates:

Du willst dich wohl über mich lustig machen, lieber Sokrates? Schau her, auf dasselbe Tafelchen zeichne ich jetzt einen Löwen und einen Drachen mit sieben Köpfen. Beide Figuren kann man auf der Wachstafel in gleicher Weise sehen. Löwen gibt es nun tatsächlich, aber Drachen gibt es nicht. Zumindest habe ich noch nie einen gesehen, und sogar den ältesten Leuten, die ich je getroffen habe, geht es nicht anders. Aber wenn ich mich irre und es gäbe doch welche, meinetwegen irgendwo jenseits der Stäulen des Herakles, so würde das die Lage in keiner Weise ändern; denn auch dann gäbe es die Drachen nicht etwa deshalb, weil ich auf dieses Tafelchen ein Produkt meiner Einbildungskraft gezeichnet habe. Wenn es überhaupt Drachen gäbe, dann gäbe es sie auch, wenn ich keinen gezeichnet hätte.

Sokrates:

Du hast recht, Hippokrates, und wie ich sehe, packst du die Wahrheit beim Schoße. Heißt das nun, daß die Zahlen in Wirklichkeit nicht existieren, obwohl wir darüber sprechen und sie aufzuschreiben können?

Hippokrates:

Richtig, oder zumindest, daß sie nicht in derselben Weise existieren wie Löwen oder Sterne.

Sokrates:

Wir müssen uns vor übereilten Schlußfolgerungen hüten. Sehen wir uns also das Problem noch etwas genauer an. Wir können doch die Schafe hier auf der Wiese oder die Schiffe im Hafen von Piräus zählen nicht wahr?

Hippokrates:

Sicher können wir das.

Sokrates:
berühren sie mit unseren Händen, also haben wir das Recht zu sagen,
daß sie existieren.

Hippokrates:
Mein lieber Hippokrates, du hast ausgezeichnet gesprochen und
hättest mich tatsächlich beinahe überzeugt. Darf ich aber auf einen
Punkt hinweisen, der mir noch unklar ist?

Sokrates:
Wenn aber die Schafe existieren, existieren dann nicht auch die Zahlen,
mit denen man sie zählt? Scheint es jetzt nicht, daß die Mathematiker sich doch mit etwas befassen, das existiert?

Hippokrates:
Du willst dich wohl schon wieder über mich lustig machen, mein
lieber Sokrates? Aber hier gehst du zu weit; schließlich verschwenden
die Mathematiker ihre Zeit nicht mit den Zahlen von Schafen. Das
machen die Hirten, und dazu bedarf es keiner besonderen Gelehrsam-
keit.

Sokrates:
Darf ich dich so verstehen, daß die Mathematiker sich nicht damit
beschäftigen, Schafe oder Schiffe zu zählen, sondern daß sie sich mit
den Zahlen an sich befassen? Sie beschäftigen sich also eigentlich mit
Dingen, die es außerhalb ihres Denkens gar nicht gibt?

Hippokrates:
Genau das ist meine Meinung.

Sokrates:
Wenn ich mich recht erinnere, sagtest du — wie du es von Thesaietos
gehört hast —, daß die Mathematiker sich mit Zahlen und geometri-
schen Formen beschäftigen. Untersuchen wir, ob sich die Sache bei
den geometrischen Formen ebenso verhält wie bei den Zahlen. Wenn
ich dich frage, ob geometrische Formen existieren, was antwortest
du?

Hippokrates:
Däß sie existieren. Man nennt ja eine Vase gut gedreht, wenn sie eine
schöne Form hat. Wir sehen die Formen mit unseren Augen, wir

Sokrates:
In diesem Augenblick scheint es mir wenigstens, daß die Form der Vase, getrennt von der Vase, gar nicht existieren kann. Aber sage mir, wenn die Mathematiker sich wirklich mit den Formen von Vasen und Töpfen befassen würden, sollte man sie da nicht besser Töpfer nennen?

Hippokrates:
Freilich.

Sokrates:

Wenn die Mathematiker sich mit den Formen von Vasen und Töpfen beschäftigen würden, wäre dann nicht Theodoros der beste Töpfer, ein Meister in der Kunst, Vasen und Töpfe zu machen? Er weiß ja schließlich das meiste über die geometrischen Formen. Glaubst du, er wäre imstande, das einfachste Gefäß herzustellen?

Hippokrates:

Es haben mir gegenüber schon viele Leute den Theodoros gerühmt. Deswegen will ich ja auch sein Schüler werden. Aber daß er etwas von Töpferei verstände, hat mir tatsächlich noch niemand gesagt.

Sokrates:

Und wie wäre es, wenn die Mathematiker sich mit den Formen von Gebäuden, Säulen oder Statuen befassen würden? Wären sie dann nicht Architekten oder Bildhauer?

Hippokrates:

Da hast du recht.

Sokrates:

Nun, Hippokrates, dann scheint es mir doch, daß die Mathematiker sich gar nicht mit den Formen wirklicher Gegenstände beschäftigen, sondern eher mit den Formen an sich, ohne daß sie sich um die Gegenstände, die diese Form tragen, viel kümmern. Die Mathematiker befassen sich gar nicht mit Formen, die man sehen oder erstaunen kann, die also im üblichen Sinne des Wortes existieren, sondern mit Formen, die nur in ihren eigenen Gedanken existieren. Bist du auch dieser Meinung?

Hippokrates:
Gewiß, ich muß mich ihr anschließen.

Sokrates:

Wir haben also festgestellt, daß die Mathematik Dinge untersucht, die nur in Gedanken existieren. Jetzt schen wir uns einmal die Behauptung des Theaitetos an, wonach die Mathematik sicherer und untrüglicher als jede andere Wissenschaft sei. Sage mir bitte, mein lieber Freund, hat sich Theaitetos dabei auf Beispiele gestützt, oder hat er nur so im allgemeinen gesprochen?

Hippokrates:

Er hat Beispiele angegeben, sogar sehr klare und überzeugende.

Sokrates:

Könntest du mir einige seiner Beispiele nennen, damit ich auch etwas daraus lerne?

Hippokrates:

Ich will es wenigstens versuchen; wenn mich aber mein Gedächtnis im Stich läßt und ich mich schlecht ausdrücke, so sollst du nicht Theaitetos dafür tadeln, sondern mich.

Sokrates:

Fange nur an und mache dir keine Sorgen!

Hippokrates:

Er hat beispielsweise gesagt, es sei unmöglich, ganz genau den Abstand zwischen Sparta und Athen anzugeben. Alle, die den Weg gemacht haben, seien sich einig darüber, wie viele Tage man dazu brauche. Aber über die Zahl der Schritte könne man sich nicht einigen. Mit welcher Genauigkeit man auch die Entfernung messe, ganz genau sei die Messung nie. Wenn man ein zweites Mal messe, gebe es sicher einen Unterschied zwischen den beiden Längen. Im Gegensatz dazu seien wir jedoch imstande, nach Pythagoras die genaue Länge der Diagonale eines Quadrates anzugeben, und hierüber seien sich alle Leute einig, die begriffen haben, worum es sich handelt.

Sokrates:

Theaitetos hat sicher recht, und du hast seine Worte bestimmt genau wiedergegeben, wie ich aus ihrer Überzeugungskraft schließe. Kannst du noch ein anderes Beispiel anführen?

Hippokrates:

Ja, er sagte, man könne nicht mit absoluter Genauigkeit wissen, wie viele Menschen in Hellas leben; denn würde man versuchen, sie zu zählen, so würden während der Zählung Kinder geboren werden, alte Leute würden sterben, Schiffe abfahren und ankommen. Jedenfalls könnte man auf eine solche Frage nur ungenau und näherungsweise antworten. Würde man dagegen einen Mathematiker fragen, wieviel Kanten ein Dodekaeder hat, dann könnte er auf diese Frage eine Antwort geben, die keine Ungewißheit lasse; denn das Dodekaeder sei von zwölf Fünfsecken begrenzt, jedes davon habe fünf Kanten und jede Kante eines solchen Pentagons gehöre zu zwei Seiten des Dodekaeders. Folglich habe das Dodekaeder dreißig Kanten.

Hippokrates:

Hat er noch andere Beispiele angegeben?

Hippokrates:

Er nannte noch ziemlich viele. Ich habe sie mir gar nicht alle merken können. So hat er unter anderem gesagt, es gebe in der Wirklichkeit keine zwei Dinge, die einander genau gleich seien. Beispielsweise seien die Säulen des Poseidontempels einander sehr ähnlich, aber sie seien doch nicht ganz genau gleich. Es gebe auch keine zwei Eier, die sich genau gleichen. Dagegen seien die beiden Diagonalen eines Rechtecks Strecken wirklich gleicher Länge. Da gebe es keinen Unterschied. Ebenso seien die beiden Winkel an der Basis eines gleichschenkligen Dreiecks einander völlig gleich. Er hat auch gesagt, alles, was existiere, verändere sich, wie ja auch schon Herakleitos gelehrt habe, und sichere Kenntnisse könnten wir nur über die Dinge haben, die sich nicht ändern, wie etwa das Gerade und das Ungerade, der Kreis und die gerade Linie.

Sokrates:

Diese Beispiele mögen genügen. Theaitetos hat jetzt auch mich überzeugt, daß wir in der Mathematik ganz sichere Kenntnisse gewinnen

können, im Gegensatz zu anderen Wissenschaften und zum täglichen Leben. Aber jetzt sollten wir einmal zusammenfassen und überprüfen, wie weit wir in unseren Überlegungen eigentlich gekommen sind. Es scheint so, daß die Mathematik sich mit Dingen beschäftigt, die nicht existieren, daß sie aber darüber unaufsehbare Wahrheiten gewinnt. Können wir dies als Ergebnis unserer gründlichen Überlegungen festhalten? Oder wäre diese Zusammenfassung unseres bisherigen Gesprächs abwegig?

Hippokrates:

Nein, ganz im Gegenteil, sie trifft den Kern der Sache.

Sokrates:

Nun hör mir gut zu, Hippokrates! Findest du es nicht merkwürdig, daß wir zuverlässigere und sicherere Kenntnisse über etwas gewinnen können, das gar nicht existiert, als über Dinge, die existieren?

Hippokrates:

Das ist wirklich merkwürdig, und ich verstehe nicht, wie es möglich ist. Ich sehe zwar keinen Fehler in unserem Gedankengang, aber irgend etwas muß doch daran falsch sein. Ich kann jedoch nicht sagen, was.

Sokrates:

Dabei haben wir doch während unserer Diskussion oft innegehalten und die Dinge von mehreren Seiten betrachtet. Da kann der Fehler nicht liegen. Aber mir kommt gerade ein Gedanke, der uns bei der Aufklärung dieses Rätsels helfen könnte.

Hippokrates:

Sage es schnell, denn die Ungewißheit quält mich sehr.

Sokrates:

Heute morgen war ich in der Halle des zweiten Archons. Man verhandelte gegen die Frau eines Tischlers aus dem Dorf Pitthos, die angeklagt war, sie habe ihren Mann betrogen und ihn mit Bestand ihres Liebhabers getötet. Die Frau leugnete hartnäckig und schwor bei Artemis und Aphrodite, sie habe nie einen anderen geliebt als ihren Mann, und es seien Räuber gewesen, die ihn getötet hätten.

Sehr viele Zeugen machten ihre Aussagen; die einen sagten, die Frau sei schuldig, die anderen beschworen ihre Unschuld. Was wirklich geschehen war, konnte man nicht herausbekommen.

Hippokrates:

Treibst du Scherz mit mir, Sokrates? Statt mir zu helfen, die Wahrheit zu finden, erzählst du mir alle möglichen Geschichten!

Sokrates:

Sei doch nicht so ungeduldig, mein lieber Hippokrates! Ich habe schon meine Grilinde, dir von jener Frau zu erzählen, bei der man nicht herausfinden konnte, ob sie schuldig ist oder nicht. Eines jedoch kann man von dieser Frau sagen: daß sie existiert; denn ich habe sie mit meinen eigenen Augen gesehen, und nicht nur ich allein, sondern alle Leute, die dort in der Halle des zweiten Archons anwesend waren. Ich kann dir ein paar ehrenwerte Leute nennen, die Vertrauen verdienen und noch nie gelogen haben, nicht einmal im Traum.

Hippokrates:

Das ist ganz überflüssig, Sokrates. Du genügst mir als Zeuge vollkommen; aber ich bitte dich, sage mir endlich, was hat jene Frau mit dem Gegenstand unserer Untersuchung zu tun?

Sokrates:

Mehr als du denkst. Du kennst doch die Geschichte von Agamemnon und Klytaemnestra?

Hippokrates:

Wer kennt die nicht! Ich habe übrigens die Trilogie von Aeschylus im Theater gesehen.

Sokrates:

Und wie war doch der Inhalt?

Hippokrates:

Während Agamemnon, der König von Mykene, zehn Jahre lang vor den Mauern von Troja im Felde lag, verband sich seine Frau Klytaemnestra ehrengerisch mit Agisthus, dem Vetter ihres Mannes. Als Agamemnon nach der Zerstörung von Troja zurückkam, ermordete ihn Klytaemnestra mit Hilfe ihres Liebhabers.

Sokrates:

Nun sage mir, Hippokrates, woher hat Aeschylus gewußt, daß Klytaemnestra wirklich ihren Mann betrogen und ermordet hat?

Hippokrates:

Ich verstehe nicht, warum du mich nach Dingen fragst, über die jeder Griechen Bescheid weiß. Schließlich hat auch Homer diese Geschichte berichtet. Als Odysseus in die Unterwelt hinabstieg, traf er den Schatten Agamemnons, der ihm seine traurige Geschichte selbst erzählte.

Sokrates:

Jetzt sage mir noch, Hippokrates, bist du sicher, daß Agamemnon und Klytaemnestra wirklich gelebt haben und daß Homers Erzählung über diese Angelegenheit den Tatsachen entspricht?

Hippokrates:

Man mag mich steinigen, aber meiner Meinung nach kann man nach so vielen Jahrhunderten kaum mit Sicherheit sagen, ob jene Leute wirklich gelebt haben, und wenn ja, was ihr wirkliches Schicksal war. Aber das macht eigentlich nicht viel aus, denn wenn wir von Agamemnon und Klytaemnestra reden, denken wir nicht an Wesen aus Fleisch und Blut, die wirklich gelebt haben, sondern ganz einfach an die handelnden Personen in der Tragödie des Aeschylus, wie er sie der homerischen Tradition entnahm.

Sokrates:

Dürfen wir also sagen, daß wir so gut wie nichts über die wahre Klytaemnestra und den wahren Agamemnon wissen, wenn sie überhaupt gelebt haben? Aber daß wir mit absoluter Gewißheit wissen, was Aeschylus über die Klytaemnestra und den Agamemnon, die in seiner Tragödie vorkommen, gesagt hat? Und daß wir mit völliger Gewißheit feststellen können, daß die Klytaemnestra, von der Aeschylus spricht, den Agamemnon, der ebenfalls in der Tragödie vorkommt, betrogen und ermordet hat; denn so ist es eben in diesem Stück?

Hippokrates:

Das ist gut gesagt, aber ich verstehe noch immer nicht, worauf du hinaus willst.

Sokrates:
Ganz einfach auf folgendes: Die Personen, die in der Tragödie vorkommen, sind doch Menschen, die es in Wirklichkeit nicht gibt, nicht wahr?

Hippokrates:
Richtig.

Sokrates:
Darf ich jetzt wieder zusammenfassen: Wir konnten zweifelsfrei feststellen, daß die Klytaemnestra aus der Tragödie, die der Dichter erfand, die es aber in Wirklichkeit wahrscheinlich nie gegeben hat, den Agamemnon aus der Tragödie betrogen und ermordet hat, während wir von der Frau aus Fleisch und Blut, die heute vor Gericht stand, nicht sicher wissen, ob sie ihren Mann betrogen und ermordet hat oder nicht. Ist es so?

Hippokrates:

Ich habe eine leise Ahnung, worauf du hinauswillst, aber es wäre mir lieber, wenn du die Schlußse aus alledem selbst ziehen würdest.

Sokrates:

Ich glaube, Hippokrates, es handelt sich hierbei um dieselbe Sache wie in der Mathematik. Wir sind imstande, über Leute, die es in der Wirklichkeit nicht gibt, sondern nur in Gedanken, wie etwa Personen aus einem Theaterstück, viel sicherere Aussagen zu machen als über Leute, die leben, die es wirklich gibt. Denn wenn wir feststellen, daß Klytaemnestra schuldig war, dann machen wir nichts als folgendes: Wir stellen fest, daß die Klytaemnestra, die der Dichter erfand und beschrieb, schuldig war, und das ergibt sich ganz ohne Zweifel aus seiner Tragödie. Das ist doch ganz ähnlich wie bei dem Beispiel vom Rechteck, von dem die Mathematiker sprechen. Von ihm können wir mit Sicherheit sagen, daß seine Diagonalen gleich sind, denn das gibt sich absolut klar aus dem Begriff des Rechtecks, wie ihn die Mathematiker definieren.

Hippokrates:
Du willst also offenbar folgendes sagen, Sokrates: Unsere Feststellung, die Mathematiker hätten von den Dingen, welche den Gegen-

stand ihrer Untersuchungen bilden, die es in Wirklichkeit nicht gibt, die vielmehr nur in ihrem Denken existieren, viel sicherere Kenntnisse als die Naturforscher von den Dingen, die es wirklich gibt, ist tatsächlich eine richtige Feststellung, so erstaunlich sie auch zunächst erscheint. Wenn man übrigens länger darüber nachdenkt, ist es gar nicht mehr so erstaunlich. Es liegt eben daran, daß die Gegenstände der Mathematik nicht wirklich, sondern nur in dem Maße, wie die Mathematiker sie denken, existieren, daß wir die ganze Wahrheit über sie herausfinden können. Der Grund ist, daß sie genau das sind, was man von ihnen denkt. Das ist anders bei Dingen und Menschen, die in der Wirklichkeit vorkommen. Diese sind von dem Bild, das man sich von ihnen macht, verschieden.

Sokrates:

Siehst du, jetzt hast du es selbst herausgefunden, Hippokrates, und du drückst es sogar außerordentlich klar aus.

Hippokrates:

Ich bin dir sehr dankbar, Sokrates, daß du mich zu dieser Erkenntnis geführt hast. Theaitos hatte recht, als er sagte, ich müsse mich mit Mathematik beschäftigen, wenn ich nach sicheren Kenntnissen begierig sei, nach Kenntnissen, die nicht nur etwas Wahrheit enthalten, sondern schlechtweg Wahrheit sind. Jetzt verstehe ich auch, warum Mathematik so untrüglich ist. Aber wenn du schon soviel Geduld für mich aufgebracht hast, so laß mich bitte noch nicht im Stich; denn das Dilemma, in dem ich mich befindе, ist keineswegs gelöst. Es scheint mir sogar, daß wir die wichtigste Frage noch nicht einmal berührt haben.

Sokrates:

Welche Frage ist das, mein lieber Hippokrates?

Hippokrates:

Ich kam zu dir, Sokrates, um dich um Rat zu bitten, ob ich Schüler von Theodoros werden soll. Du hast mir klargemacht, womit sich die Mathematik beschäftigt und warum sie sichere Erkenntnisse herbringt. Ich habe verstanden, daß es der Mathematiker selbst ist, der die Begriffe schafft, die er dann studiert. Und daß er gerade aus diesem Grunde über die Dinge, welche es nur in seinen Gedanken

gibt, welche also genau so sind, wie man sie sich vorstellt, die volle Wahrheit herausfinden kann. Ich sehe ein, daß ich sicher gegründete Erkenntnisse gewinnen werde, wenn ich mich dem Studium der Mathematik widme. Aber ich verstehe noch nicht, wozu das gut ist. Schließlich begreift jedes Kind, daß es einen Sinn hat, etwas über Dinge, die es gibt, zu wissen. Wenn man sich über Steine, Tiere oder Pflanzen Kenntnisse aneignet, so kann man hieraus für sich und für andere Menschen Nutzen ziehen. Auch wenn man mehr oder minder glaubwürdige Kenntnisse über die Sterne gewinnt, hat man einen Nutzen davon; denn man kann sich mit ihrer Hilfe nachts auf dem Meer orientieren. Aber wozu sind Kenntnisse gut, die von etwas handeln, das es gar nicht gibt? Das beantwortete mir doch Sokrates!

Sokrates:
Mein lieber Hippokrates, ich glaube, du weißt die Antwort schon ganz genau. Du willst mich sicher nur auf die Probe stellen!

Hippokrates:
Beim Herakles, ich versichere dir, daß ich keine Ahnung habe, wie die Antwort lauten könnte!

Sokrates:
Also gut. Wenn es so ist, dann beantworte mir meine Fragen. Sage mir, Hippokrates: Wir erkannten, daß der Mathematiker die Begriffe, die er untersucht, selbst schafft. Heißt das, daß der Mathematiker diese Begriffe ganz nach eigener Lust und Laune erfindet?

Hippokrates:
Ich glaube schon. Wir haben doch gerade die Mathematik mit der Literatur verglichen. Ich glaube, daß der Mathematiker seine Begriffe mit der gleichen Freiheit wählt wie der Dichter die Personen seiner Stücke. Und ebenso, wie der Dichter seinen Personen die Charaktere verleiht, die er will, so erfindet der Mathematiker seine Begriffe und gibt ihnen Eigenschaften, wie er Lust hat.

Sokrates:
Wenn das so wäre, mein Hippokrates, dann gäbe es ebenso viele Arten von Mathematik, wie es Mathematiker gibt; denn wenn jeder Mathematiker seine Begriffe nach seinem eigenen Wohlgefallen schaf-

fen würde, dann könnte es nicht einmal durch Zufall vorkommen, daß sich alle Mathematiker mit derselben Sache beschäftigen. Wie kommt es denn, daß die Mathematiker sich über die Begriffe, die sie untersuchen, so einig sind? Wenn sie von Zahlen sprechen, meinen sie alle dieselben Zahlen, und wenn es sich um Geraden, Kreise, Quadrate, Kugeln und regelmäßige Körper handelt, ist es genauso.

Hippokrates:

Liegt die Erklärung nicht darin, daß die Menschen alle auf dieselbe Weise denken und ihnen deswegen ein und dieselbe Sache richtig erscheint?

Sokrates:

Mein lieber Hippokrates, wir wollen uns doch nicht eher mit einer Erklärung zufriedengeben, bis wir sie aus allen Gesichtswinkeln betrachtet haben. Wie erklärt sich jenes häufige Vorkommen, daß Mathematiker, die fern voneinander leben, der eine meinetwegen in Tarent und der andere auf der Insel Samos, dieselbe Wahrheit entdecken, ohne etwas voneinander zu wissen? Dagegen habe ich noch nie gehört, daß zwei Dichter, die voneinander nichts wissen, die gleichen Gedichte geschrieben hätten.

Hippokrates:

Das habe ich auch noch niemals sagen hören. Durch deine Frage kommt mir jedoch gerade eine Bemerkung des Theaitetos in den Sinn. Er hat eine sehr interessante Sache entdeckt. Wenn ich mich recht erinnere, handelt es sich um inkommensurabile Strecken. Als er es Theodoros mitteilte, zeigte der ihm einen Brief von Archytas, in dem von derselben Entdeckung berichtet wurde.

Sokrates:

Siehst du, mein Bester, so etwas kann in der Literatur nicht vorkommen. Aber ich kann dir auch noch andere Argumente nennen. Wie kommt es, daß die Mathematiker sich immer darüber einigen können, was wahr ist? Wenn es sich dagegen um Politik handelt, etwa um die Frage, welche Staatsform die beste sei, so denken nicht nur die Perser, sondern auch die Spartaner anders als wir. Selbst die Athener sind sich meistens darüber nicht einig. Wie verhält es sich damit?

Hippokrates:

Aber da ist die Antwort doch ganz einfach, Sokrates. In der Politik werden die Menschen nicht nur vom Drang nach Wahrheit getrieben, sie werden vielmehr von persönlichen Interessen beeinflußt, die die einen gegen die anderen aufbringen. In der Mathematik kommt so etwas nicht vor. Der Mathematiker kennt nur ein Ziel: die Wahrheit zu entdecken.

Sokrates:

Möchtest du damit sagen, Hippokrates, daß alle Mathematiker sich bemühen, eine solche Wahrheit zu erfassen, die ganz außerhalb ihrer selbst liegt, von ihrer Person völlig unabhängig ist?

Hippokrates:

So scheint es.

Sokrates:

Dann können wir also sagen, daß die Mathematiker ihre Begriffe nicht rein willkürlich wählen, obwohl sie es offenbar könnten, sondern daß sie aus Gründen, die uns im Augenblick noch dunkel sind, die gleichen Begriffe untersuchen und sich bemühen, über diese Begriffe solche Wahrheiten zu ergründen, die außerhalb ihrer selbst liegen. Wir haben nur noch nicht verstanden, warum sie das tun. Ist es so?

Hippokrates:

So ist es wohl, aber versuchen wir, den Schleier des Geheimnisses zu lüften.

Sokrates:

Wenn du noch etwas Geduld hast, so können wir es versuchen. Sage mir, inwiefern gibt es eine Ähnlichkeit zwischen dem Seefahrer, der eine bisher unbekannte Insel entdeckt, und dem Maler, der eine Farbe mischt, die noch niemand zuvor hergestellt hat?

Hippokrates:

Ich denke, daß sie beide die Menschheit um eine Entdeckung bereichern.

Sokrates:

Und worin besteht deiner Meinung nach der Unterschied zwischen beiden?

Hippokrates:

Den Seefahrer könnte man einen „Entdecker“ nennen; denn er entdeckt etwas – nämlich eine Insel –, die es zwar schon vorher gab, von der aber vor ihm noch kein Mensch etwas wußte. Den Maler dagegen sollte man eher einen „Erfinder“ nennen; denn er erfindet etwas, eine neue Farbe, von der nicht nur niemand vorher etwas wußte, sondern die sogar noch nicht existierte.

Sokrates:

Du hättest es nicht genauer sagen können! Jetzt sage mir aber deine Meinung: Wenn ein Mathematiker eine neue mathematische Wahrheit findet, entdeckt er sie dann oder erfindet er sie?

Hippokrates:

Für mich ist das eine ziemlich schwierige Frage, denn ich habe darin noch gar keine eigene Erfahrung; aber nach dem, was mir Theaitetos über die Untersuchungen erzählte, die Theodoros und er zusammen ausführen, glaube ich, daß man die Mathematiker doch eher als Entdecker bezeichnen muß, soviel Ähnlichkeit sie auch mit Erfindern haben. Gerade das ist es, was mich bei der Mathematik anzieht. Die Mathematiker kommen mir vor wie kleine Seefahrer, wie Leute, die auf das unbekannte Meer des Geistes hinaussegeln, um seine Ufer, Inseln und Abgründe zu erkunden.

Sokrates:

Trefflich gesagt, mein Hippokrates! Mir scheinen die Mathematiker auch eher Entdecker als Erfinder zu sein. Aber warum hast du vorhin mit deiner Antwort einen Augenblick gezögert? Woran dachtest du, als du sagtest, der Mathematiker habe doch auch eine gewisse Ähnlichkeit mit einem Erfinder?

Hippokrates:

Ich dachte an das, wovon wir vorhin sprachen, nämlich, daß der Mathematiker die Begriffe, die er untersucht, selbst erschafft. Wenn

der Mathematiker einen neuen Begriff bildet, tut er dasselbe wie ein Erfinder, wenn er aber die Begriffe untersucht, die er selbst oder ein anderer aufgestellt hat, und wenn er Aussagen über sie formuliert – Theoreme, um in der Sprache der Mathematiker zu reden – und diese beweist, so tut er das, was ein Entdecker macht. Nach allem, was mir Theaitos sagte, spielt die Entdeckung von Theoremen in der Arbeit des Mathematikers anscheinend eine größere Rolle als die Erfindung von Begriffen; denn selbst die einfachsten Begriffe, wie zum Beispiel der Begriff der Zahl und der Begriff der Teilbarkeit, führen schon zu so vielen und tiefliegenden Problemen, daß die Mathematiker bis heute nur einen kleinen Teil davon lösen konnten.

Sokrates:

Offenbar hat dich, mein lieber Hippokrates, dein Freund Theaitos schon eine Menge gelehrt, und, wie ich sehe, mit Erfolg. Mir scheint, du erkennst recht gut, in welchem Maße der Mathematiker Entdecker ist und inwieweit Erfinder. Wie stehst du zu folgender Zusammenfassung deiner Meinung: Der Mathematiker ist vor allem ein Entdecker; Erfinder ist er nur insoweit, wie es jeder Entdecker sein muß. Wenn ein Seefahrer in eine Gegend segeln will, in die noch niemand vor ihm gefahren ist, dann muß er auch Erfinder sein und sich ein Schiff bauen, das sturmfreier ist als die Schiffe seiner Vorgänger. Ich möchte meinen, daß die neuen Begriffe, die ein Mathematiker aufstellt, so etwas wie neuartige Schiffe sind, die den Seefahrer, der auf Entdeckungen aus ist, schneller und sicherer als alle seine Vorgänger über das stürmische Meer in neue Gebiete tragen.

Hippokrates:

Mein lieber Sokrates, es gibt sicher keinen Menschen in Athen, und ich glaube, nicht einmal in ganz Hellas, der die Kunst der Diskussion raffinierter beherrscht als du. Immer, wenn du zusammenfaßt, was ich sagte, schmuggeilst du etwas hinein, das ich vielleicht schon ahnte, ohne daß ich es mit solcher Klarheit hätte ausdrücken können, und das uns wieder weiterbringt. Aus deiner Zusammenfassung ergibt sich ganz deutlich, daß der Mathematiker das Ziel hat, die Geheimnisse des Ozeans der Gedanken zu ergründen. Die Bildung von Begriffen ist immer nur ein Hilfsmittel. Obwohl der Mathematiker neue Begriffe ganz willkürlich definieren kann, ist diese Willkür nur

scheinbar. Schließlich hat ja auch der Seefahrer, der auf eine Entdeckungsreise geht, die Freiheit, sein Boot zu konstruieren, wie es ihm gefällt, aber er wird nicht so dumm sein, mit einem Boot loszufahren, das vom ersten Sturm in Trümmern geschlagen wird. Er wird vielmehr das Boot bauen, das ihm in jeder Hinsicht das beste zu sein scheint. Im Lichte dieses Vergleichs wird auch ganz klar, warum die Mathematiker dieselben Begriffe benutzen, wenigstens die Mathematiker, die Zeitgenossen sind und miteinander in Verbindung stehen. Das ist ebenso, wenn die Seefahrer ihre Erfahrungen austauschen und alle denselben bewährten Schiffstyp fahren. Ich glaube, jetzt sehe ich viel deutlicher als je zuvor, was Mathematik wirklich ist.

Sokrates:

Also gut, wenn es so ist, dann versuche noch einmal zu sagen: Was ist Mathematik?

Hippokrates:

Ich will es versuchen. Es wird freilich bestimmt wieder darauf hinauslaufen, daß ich noch immer nur einen Teil der Wahrheit erfasse.

Sokrates:

Nur frisch drauflos, wie die munteren Seeleute!

Hippokrates:

So, wie ich es jetzt sehe, haben wir uns vorhin falsch ausgedrückt, als wir sagten, daß sich die Mathematik mit Dingen beschäftigt, die es in Wirklichkeit gar nicht gibt. Diese Dinge existieren doch, nur nicht in derselben Weise wie Steine oder Bäume. Wir können sie nicht sehen, nicht berühren, wir können sie nur mit unseren Gedanken erfassen. Aber diese Dinge existieren doch, wenn auch anders als die gewöhnlichen Gegenstände. Wenn wir über sie nachdenken, dann denken wir über dasselbe nach wie alle, die sich mit Mathematik beschäftigen, also haben diese Dinge eine gewisse Art von Existenz, unabhängig von unserer eigenen Person, obwohl jeder von uns sie sich nur durch seine eigenen Gedanken vorstellen kann. Es gibt also eine andere Welt, die Welt der Mathematik, die etwas anderes ist als die gewöhnliche Welt, in der wir leben. Die Mathematiker sind

Kühne Seefahrer, die diese andere Welt erforschen und dabei vor Schwierigkeiten und Gefahren nicht zurückschrecken.

Sokrates:

Mein lieber Hippokrates, dein Schwung reißt mich ja beinahe mit, aber ich fürchte doch, du bist in deiner Begeisterung über einige Fragen zu rasch hinweggeglitten.

Hippokrates:

Was sind das für Fragen, Sokrates? Du hast mir jetzt schon so viel von deiner Zeit geopfert, nun bleibe bitte nicht auf halben Wege stehen und sage mir, was ich vergaß!

Sokrates:

Ich hoffe, du wirst mich nicht für einen Haarspalter halten, aber mir scheint, wir haben die Antwort auf deine Frage immer noch nicht gefunden. Sicher verstehen wir beide jetzt besser als vor unserem Gespräch, was Mathematik eigentlich ist. Aber im ganzen haben wir die Frage nach dem Sinn und Zweck der Mathematik, dieses Ozeans menschlichen Denkens, noch nicht beantwortet.

Hippokrates:

Wenn ich es mir genau überlege, hast du wirklich recht. Ich war schon zufrieden, als ich den Grund dafür einsah, daß man sicher gegründete Erkenntnisse gewinnen kann, wenn man Mathematik studiert. Wenn ich mich in das Studium jener wunderbaren Welt versenke, wird mir das sicher ein herrliches Gefühl verschaffen, das ich bisher nirgends fand: Daß es Wahrheiten gibt, die keinen Platz für Zweifel lassen. Als ich begriß, daß die Welt der Mathematik, wenn auch nicht in der Art der Steine und Bäume, sondern eben auf ihre eigene Art, aber nichtsdestoweniger in der Wirklichkeit und unabhängig von mir existiert, hat mich das noch mehr bestärkt. Aber wirklich, wozu erforschen wir eigentlich diese Welt? Meinst du nicht, daß wir schneller zum Ziele kämen, wenn du dieses Mal ausnahmsweise auf deine Methode verzichten und einfach auf meine Frage antworten würdest? Ich fürchte nämlich, ich wäre gar nicht fähig, vernünftige Antworten zu finden.

Sokrates:

Selbst wenn ich imstande wäre, ganz allein eine Antwort zu geben, würde ich es nicht tun, denn du hättest wenig davon. Die Menschen begreifen nur, was sie selbst entdecken. Wenn man ihnen einen Gedanken einfach an den Kopf wirft, geht er zum einen Ohr hinein und zum anderen wieder heraus. Das ist wie beim Bießen der Pflanzen. Eine Pflanze kann ohne Wasser nicht leben, aber das Wasser, das man auf ihre Blätter gießt, hilft ihr nicht viel, es läuft einfach ab. Nur mit dem Wasser, das sie durch ihre Wurzeln aufsaugt, kann sie etwas anfangen.

Hippokrates:

Also gut, folgen wir deiner Methode; aber hilf mir wenigstens loszukommen, denn ich sitze fest wie ein Schiff auf Grund!

Sokrates:

Soweit ich sehe, mein Hippokrates, müssen wir den Faden unseres Gesprächs zurückverfolgen, wenn wir vorwärtskommen wollen.

Hippokrates:

Wie weit müssen wir zurückgehen?

Sokrates:

Ich glaube, wir müssen zu jenem Punkt zurückkehren, wo wir sagten, daß der Mathematiker nicht Schafe und Schiffe zählt, sondern sich mit den Zahlen an sich beschäftige, daß er sich nicht mit der Form von Gefäßern und anderen Gegenständen befasse, sondern mit den Formen an sich. Und nun paßt gut auf! Was der Mathematiker über Zahlen herausfindet, indem er sie an sich, unabhängig von jedem konkreten Gegenstande, untersucht, kann man das nicht dann doch auf Schafe anwenden? Wenn beispielsweise der Mathematiker feststellt, daß 17 eine Primzahl ist, bedeutet das dann nicht auch, daß man 17 lebende Schafe unter mehrere Personen nicht so verteilen kann, daß jeder gleich viele Schafe bekommt, es sei denn, daß es 17 Personen sind und jeder ein Schaf erhält?

Hippokrates:

Das stimmt.

Sokrates:
Kann man also sagen, daß man das, was der Mathematiker über Zahlen herausfindet, auf wirklich existierende Dinge anwenden kann?

Hippokrates:
Denn ist tatsächlich so.

Sokrates:
Untersuchen wir, ob es in der Geometrie nicht ebenso ist! Stützt sich der Architekt, wenn er einen Bauplan zeichnet, nicht auf die Lehrsätze der Geometrie, die die Mathematiker entdeckt haben? Benutzt er nicht den berühmten Satz des Pythagoras, wenn er einen rechten Winkel zeichnet?

Hippokrates:
Du hast recht, das ist so.

Sokrates:

Und benutzen die Landvermesser nicht auch die Geometrie?

Hippokrates:
Aber gewiß doch.

Sokrates:
Und wie ist es mit dem Schiffszimmermann oder dem Dachdeckermeister?

Hippokrates:
Sie tun es auch.

Sokrates:

Und wenn der Töpfer einen Krug macht oder wenn der Seefahrer sich ausrechnet, wieviel Korn im Raum seines Schiffes Platz hat, haben sie dann nicht auch Nutzen von der Mathematik?

Hippokrates:
Das schon, aber ich glaube, diese Handwerker brauchen von der Mathematik nicht mehr als das, was schon die ägyptischen Schreiber wußten. Von den jüngsten Entdeckungen, die Theaitetos mir so be-

geistert geschildert hat, hätten die Handwerker bestimmt nicht viel, selbst wenn sie sie begreifen würden; aber ich glaube, nicht einer von ihnen hat jemals etwas davon reden hören.

Sokrates:

Du hast recht, Hippokrates, und auch wieder unrecht. Es kann die Zeit kommen, in der die Menschen aus all diesen Entdeckungen Nutzen für die Praxis ziehen werden. Was heute nur eine theoretische Möglichkeit ist, kann eines Tages handfeste Wirklichkeit werden, nicht wahr?

Hippokrates:

Nun, mich interessiert vor allem die Gegenwart.

Sokrates:

Dann bist du aber nicht konsequent, Hippokrates. Denn wenn du Mathematiker werden willst, so heißt das, daß du für die Zukunft arbeiten willst.

Hippokrates:

Was meinst du damit?

Sokrates:

Erinnere dich an den Vergleich zwischen dem Mathematiker und dem Seefahrer, der auf eine Entdeckungsreise geht. Jetzt sage einmal, was geschieht, wenn ein Seefahrer eine unbekannte Insel entdeckt?

Hippokrates:

Wenn der Mann zurückkehrt, erzählt er vielen Leuten, wo die Insel liegt, ob Menschen dort leben können, ob es dort Süßwasserquellen gibt und welche Früchte dort gedeihen. Früher oder später werden sich immer Leute mit Abenteurergeist finden, um über das Meer zu reisen und die Lebensbedingungen auf der neu entdeckten Insel zu erkunden. Vielleicht werden die ersten vom Meer verschlungen oder von wilden Tieren aufgefressen, vielleicht geraten die Bahnbrecher in Sklaverei. Es kann auch vorkommen, daß unter den Siedlern ein Streit ausbricht und sie sich gegenseitig umbringen. Aber früher oder später wird die Insel bewohnt sein, und eine Stadt wird dort entstehen.

Sokrates:
So ist es ganz gewiß, mein Freund. Ich sehe, du verstehst etwas davon.
Aber nun überlege! Je leichter die Insel zugänglich ist, je besser ihre
Häfen sind, desto schneller wird sie besiedelt, nicht wahr?

Hippokrates:
Bestimmt.

Sokrates:
Und wie ist das mit den entfernteren Inseln ohne bequeme Lande-
plätze? Werden die nicht besiedelt, wenn man dort auch Getreide
und Wein zum Gedeihen bringen kann?

Hippokrates:
Es wird langsam gehen, aber eines Tages lassen sich auch dort
Leute nieder.

Sokrates:
Siehst du, und warum sollte es dann mit den mathematischen Ent-
deckungen anders sein?

Hippokrates:
Wenn man es so ansieht, erscheint es klar.

Sokrates:
Aber lassen wir die Zukunft, wenn du willst. Beantworte mir fol-
gende Frage: Wie ist es möglich, daß man Einsichten der
Mathematik nutzbringend anwenden kann, obwohl die Welt der
Mathematik nicht dieselbe ist wie die Welt, in der wir leben? Die
Mathematik beschäftigt sich doch mit Dingen, die man weder sehen
noch anfassen, sondern nur in Gedanken erkennen kann, und doch
kann man sie im alltäglichen Leben gebrauchen. Findest du das nicht
sehr merkwürdig?

Hippokrates:
Tatsächlich, es kommt mir jetzt, wo du mich darauf hinweist,
geradezu unbegreiflich vor.

Sokrates:

Ich glaube, wenn wir in diesem Punkt unsere Überlegungen vertiefen,
werden wir nicht nur hierüber Klarheit gewinnen, sondern sogar eine
Antwort auf deine ursprüngliche Frage erhalten.

Hippokrates:

Mein lieber Sokrates, jetzt rede mir bitte nicht in pythischen Orakeln!
Wenn du einen neuen Gesichtspunkt gefunden hast, dann laß mich
ihn auch wissen!

Sokrates:

Dazu wird es schon kommen. Vorher aber antworte mir noch auf
einige Fragen. Würdest du es erstaunlich finden, daß ein Mann, der
durch viele ferne Länder gereist ist, viel gesehen und viel Erfahrung
gewonnen hat, nach seiner Rückkehr den Bewohnern seiner Heimat-
stadt kluge Ratschläge erteilen kann?

Hippokrates:

Auf keinen Fall. Ich glaube, das würde niemanden verwundern.

Sokrates:

Auch dann nicht, wenn in dem Lande, aus welchem der Mann kommt,
ein anderes Volk wohnt, Menschen, die eine andere Sprache sprechen
und andere Götter anbetzen?

Hippokrates:

Auch dann nicht, denn die verschiedenen Völker haben vieles
miteinander gemein, auch wenn sie andere Sprachen sprechen.

Sokrates:

Nun denke noch einmal nach! Wenn sich herausstellen sollte, daß die
Welt der Mathematik und die Welt, in der wir leben, sich in einigen
Punkten gleichen, mögen sie auch in anderer Hinsicht verschieden
sein, würdest du dich dann immer noch wundern, daß die Mathematik
für das tägliche Leben nützlich sein kann?

Hippokrates:

Wenn das wirklich so ist, würde ich mich nicht mehr wundern. Aber
worin sind die Welt der Mathematik und die Welt, in der wir leben,
einander ähnlich?

Sokrates:

Bis jetzt haben wir wirklich nur von den Unterschieden geredet; aber schau einmal her, siehst du den Felsen am anderen Ufer des Baches, dort wo er sich zu einem kleinen See verbreitert?

Hippokrates:

Ich sehe ihn.

Sokrates:

Siehst du sein Spiegelbild auf der Oberfläche des Wassers?

Hippokrates:

Natürlich sehe ich es.

Sokrates:

Dann sage mir: Worin unterscheiden sich diese beiden Dinge, und worin stimmen sie überein?

Hippokrates:

Der Fels ist ein harter und massiver Gegenstand, den die Sonne erwärmt hat. Wenn ich ihn anfassen würde, würde ich seine Rauheit spüren. Sein Spiegelbild im Wasser kann man aber nicht anfassen. Wenn ich dort hingreifen würde, wo ich das Bild im Wasser sehe, würde ich nichts zu fassen bekommen als kühles Nass. Das Spiegelbild existiert ja eigentlich nicht. Es ist nur Schein und sonst nichts.

Sokrates:

Bis jetzt hast du mir nur die Unterschiede zwischen den beiden Dingen genannt. Nun sage mir auch, worin sie sich gleichen.

Hippokrates:

Das Spiegelbild ist auf seine Weise ein treues Abbild des Felsens. Alle Vorsprünge und Buckel sieht man genau auch im Spiegelbild. Ein paar Einzelheiten gehen verloren, aber die wichtigsten Umrisse des Felsens findet man auch im Spiegelbild wieder.

Sokrates:

Wenn du nun das Spiegelbild genau beobachteten würdest, ohne auf den Felsen selbst zu schauen, könntest du dann beispielsweise sagen, wie man auf den Felsen hinaufklettern könnte?

Hippokrates:

Ganz bestimmt. Willst du etwa sagen, daß die Welt der Mathematik nichts anderes ist als ein Spiegelbild der Welt, in der wir leben?

Sokrates:

Nicht ich will es sagen, du bist darauf gekommen!

Hippokrates:

Wie ist das möglich?

Sokrates:

Denke einmal darüber nach, wie die in der Mathematik gebrauchlichen Begriffe entstanden sind! Wir sagten, daß der Mathematiker weder an Anzahlen von Schafen noch an Anzahlen von Schiffen denkt, wenn er sich mit Zahlen beschäftigt, sondern an Zahlen an sich, unabhängig von irgendwelchen Gegenständen. Aber würde man zu einer solchen Abstraktion imstande sein, wenn man nie Dinge, die man berühren kann, die existieren, gezählt hätte? Wenn man den Kindern das Zählen beibringt, zeigt man ihnen zuerst, wie man Steine oder Stäbchen zählt. Erst, wenn das Kind Steine und Holzstäbchen zählen kann und begriffen hat, daß zwei Steine und drei Steine fünf Steine ausmachen, kann man ihm beibringen, daß zwei Dinge und drei Dinge immer fünf Dinge ergeben, und schließlich, daß zwei und drei gleich fünf ist. Genauso steht es mit den geometrischen Formen. Nur ein Kind, das Bälle und andere runde Gegenstände kennt, wird zum Begriff der Kugel gelangen und fähig sein, aus seinen eigenen Erfahrungen den abstrakten Begriff der Kugel aufzubauen. Und das ist nicht nur bei den Kindern so, auf eben diese Weise sind langsam und allmählich die Grundbegriffe der Mathematik entstanden. Es gibt ja noch heutzutage Barbaren, die nur bis zwei oder drei zählen können, und auch das nur an ihren Fingern. Für größere Zahlen haben sie gar keine Namen oder Bezeichnungen. Die abstrakten Begriffe der Mathematik hat man also ausgehend von der realen Welt geschaffen. Darum ist es gar nicht erstaunlich, sondern sogar ganz natürlich, daß sie den Stempel ihrer Herkunft an sich tragen, so wie Kinder ihren Eltern ähneln. Und ebenso wie das Kind, wenn es groß wird, seinen Eltern eine Hilfe ist, so wird jeder Zweig der Mathematik nach einiger Entwicklung ein nützliches Mittel, das hilft, die wirkliche Welt zu erkennen.

Hippokrates:

Aber ich möchte doch besser erkennen, Sokrates, wie es kommt, daß Wahrheiten, die sich auf nicht wirklich existierende, aber unveränderliche Begriffe beziehen, für das Erkennen der Wirklichkeit, die sich doch beständig ändert, von Nutzen sein können.

Sokrates:
Diese Frage ist sehr berechtigt, Hippokrates, und sie ist ganz bestimmt nicht einfach, aber vielleicht kann uns ein Vergleich weiterhelfen. Die Seefahrer und Reisenden wissen doch ganz genau, wie man sich mittels einer Karte zurechtfindet, jedenfalls, wenn es eine gute Karte ist.

Hippokrates:

Das weiß ich sogar aus eigener Erfahrung.

Sokrates:

Findest du nicht, daß ein ganz ähnlicher Fall vorliegt, wenn man die Mathematik und die Wirklichkeit ins Auge faßt?

Hippokrates:

Du öffnest mir die Augen, Sokrates. Der Fall ist ganz klar. Sich mit Mathematik zu beschäftigen, das heißt einfach, die Welt, in der wir leben, im Spiegel unserer Gedanken zu betrachten und dieses Spiegelbild zum Gegenstand unserer Untersuchungen zu machen. Die Mathematik ist also eine Art Landkarte der wirklichen Welt. Jetzt habe ich alles begriffen.

Sokrates:

Du bist zu beneiden, Hippokrates; denn mir ist noch immer eine wichtige Frage nicht klar, aber vielleicht kannst du mir helfen?

Hippokrates:

Ich würde es mit Vergnügen tun, wenn ich es könnte, denn ich möchte dir doch auch meine Dankbarkeit für das, was du mir erschlossen hast, erweisen. Aber ich fürchte, du machst dich schon wieder über mich lustig. Anscheinend haben wir doch die Frage noch nicht bis auf den Grund untersucht. Beschämne mich also nicht, indem du mich

um Hilfe bittest. Sage mir lieber, was meiner Aufmerksamkeit entgangen ist!

Sokrates:

Mein lieber Hippokrates, wenn man so komplizierte Fragen behandelt, muß man achtgeben, daß man nie das Ziel aus den Augen verliert. Du willst doch wissen, ob es einen Sinn hat, die Welt der Mathematik zu erkunden, und wenn ja, welchen Sinn. Mir will es scheinen, daß wir diese Frage noch nicht vollständig beantwortet haben.

Hippokrates:

Ich dachte, daß ich schon eine ganz zufriedenstellende Antwort hätte. Als ich verstand, daß ich in der Welt der Mathematik die Sicherheit der Erkenntnis finden werde, nach der ich mich sehne, blieb nur die Frage offen, ob diese Erkenntnisse auch noch zu etwas anderem gut seien, als bloß meinen Erkenntnisdrang zu stillen und mir Freude zu machen. Wir waren jetzt soweit gekommen zu erkennen, daß sie auch noch einen anderen Nutzen haben. Die Erkenntnisse, die man über die Welt der Mathematik erwirbt, können jetzt oder doch früher oder später in der Zukunft nützlich werden; denn die Welt der Mathematik ist nichts anderes als der Widerchein der Tatsachenwelt im Spiegel unserer Gedanken. Wenn man also im Spiegelbild der Welt eine Wahrheit erkennt, so hilft das, die Welt der wirklichen Dinge zu erkennen. Das genügt mir völlig.

Sokrates:

Daß diese Antwort noch nicht vollständig ist, sage ich nicht, um dich zu kränken, sondern weil ich weiß, daß du es früher oder später selbst bemerken würdest. Du würdest mir dann Vorwürfe machen und sagen: Mein lieber Sokrates, du bist so viel erfahrener als ich in der Kunst, Fragen zu stellen und Dinge aus allen Gesichtswinkeln zu betrachten, warum hast du mich irrtümlich glauben lassen, ich verstecke, was Mathematik sei, während wir in Wahrheit die Antwort auf die wichtigste Frage noch gar nicht gefunden haben. Das ist der Grund, warum ich dich bitte, noch etwas Geduld zu haben und mir noch ein paar Fragen zu beantworten.

Hippokrates:

Also frage nur, Sokrates! Ich antworte, so gut ich kann.

Sokrates:

Sage mir dann: Welchen Sinn hat es, ein Spiegelbild zu untersuchen, wenn man auch den Gegenstand selbst anschauen kann?

Hippokrates:

Daran hätte ich doch wirklich selbst denken können. Du bist schon ein Hexenmeister, Sokrates. Mit ein paar Worten reißt du alles wieder ein, was wir mit großer Mühe aufgebaut haben. Auf deine Frage müßte man eigentlich antworten, daß es sinnlos ist, das Spiegelbild zu untersuchen, wenn man das Original betrachten kann, aber mir scheint doch, daß eine wahre Antwort nur die Schwäche des Vergleichs entföhlt. Wenn wir von Mathematik sprechen, muß es doch einen Ausweg aus dieser Falle geben.

Sokrates:

Wenn es einen gibt, werden wir ihm mit einiger Geduld schon finden. Ich bin tatsächlich der gleichen Meinung wie du: Der Vergleich hat uns auf einen Irrweg gebracht. Ein Vergleich ist wie ein Bogen; man darf ihn nicht überspannen, sonst bricht er.

Hippokrates:

Versuchen wir uns also von dem Vergleich mit dem Spiegelbild zu befreien. Könntest du deine Frage nicht auch ohne Benutzung eines Vergleichs formulieren? Ich für meinen Teil fühle mich allerdings nicht dazu imstande.

Sokrates:

Fragen zu stellen ist doch einfach. Es ist die einzige Kunst, in der ich vielleicht eine gewisse Erfahrung habe. Was sagst du also zu folgender Frage: Welchen Sinn kann es haben, neben den Dingen der wirklichen Welt allgemeine Begriffe zu schaffen und sich dann mit diesen Begriffen zu befassen, nachdem man sie von ihrem Ursprung losgelöst hat, anstatt die existierenden Dinge direkt in ihrer Wirklichkeit zu untersuchen? Kann man vielleicht auf diesem Umweg etwas über die wirklichen Dinge erfahren, was auf direktem Wege nicht herauzubekommen ist? Und wenn es so ist, wo liegt der Grund dafür? In welcher Hinsicht ist es vorteilhafter, allgemeine Begriffe zu studieren, die man aus der Untersuchung wirklicher Gegenstände gewonnen hat, als diese wirklichen Gegenstände direkt zu untersuchen?

Hippokrates:

Ich glaube, diese Frage kann ich beantworten. Auf diese Weise kann man nämlich mit einem Schlag Erkenntnisse gewinnen, die sich auf eine große Mannigfaltigkeit wirklicher Dinge beziehen, die sich in der einen oder anderen Hinsicht gleichen, ohne daß man jedes Ding einzeln untersuchen müßte. Wenn man beispielsweise eine Feststellung über Zahlen macht, dann trifft diese Feststellung auch auf alle wirklichen Dinge zu, die irgend jemand irgendwann zählen mag. Wenn man eine Eigenschaft des Kreises findet, ist sie auf alle Gegenstände anwendbar, die Kreisform haben. Die mathematischen Begriffe enthalten also einerseits etwas, was vielen Gegenständen gemeinsam ist, andererseits nehmen sie auf die Unterschiede zwischen diesen Gegenständen keine Rücksicht. Das ist oft sehr vorteilhaft; denn wenn man bei einer gegebenen Frage Einzelheiten, welche von sekundärem Interesse sind, außer Betracht läßt, wird die Sache klarer und einfacher. Vielleicht kehren wir noch einmal zu dem Vergleich mit der Landkarte zurück. Man kann sich mit ihrer Hilfe zurechtfinden, gerade weil sie nur die wichtigsten Dinge enthält; beispielsweise kann man mit einem einzigen Blick so große Entfernungen umfassen, die zu durchmessen man Monate oder Jahre braucht. Aus diesem Grund benutzt man ja eine Karte, wenn man die beste Marschroute herausfinden will. Natürlich braucht man je nach dem Zweck verschiedenartige Karten. Wenn man eine große Reise machen will, braucht man eine Karte, auf der die ganze Reiseroute zu sehen ist. Im Verlauf der Reise braucht man dann ins einzelne gehende Karten der Gegend, die man gerade durchreist. Irgendwie ähnlich muß es auch mit der Mathematik sein, wenn man sie zur Erkenntnis der Tatsachenwelt benutzen will.

Sokrates:

Wahrhaftig, mein lieber Hippokrates, das hast du wirklich schön gesagt. Ich glaube nicht, daß ich es so klar hätte ausdrücken können. Aber ein weiterer Vergleich kann nicht schaden. Ist die Sache nicht auch so, als ob jemand eine Stadt vom Gipfel eines Berges herab betrachtet? Er gewinnt eine Gesamtansicht, die er niemals haben könnte, wenn er durch das Labyrinth der engen Straßen irren würde.

Hippokrates: du es tut. Wenn ich bedenke, was du mir alles über das Wesen der Mathematik erklärt hast, scheinst du mir besser imstande zu sein als jeder andere, diese Wissenschaft voranzutreiben. Unsere Unterhaltung hat mich zu dem festen Entschluß geführt, Mathematik zu studieren, aber ich möchte auch gleichzeitig sagen: Ich bin überzeugt, daß du für mich der beste Lehrmeister wärest, wenn du die Mühe auf dich nehmen wolltest.

Sokrates:

Du überholst mich ja schon, Hippokrates, aber ich will mich nicht geschlagen geben. Ich erinnere mich, neulich war ich bei Aristophon, dem Sohn des Aglaophon, und betrachtete eines seiner Bilder. Da sagte er zu mir: Tritt nicht so nahe an das Bild, Sokrates! Du siehst sonst nichts als Farbfläcke und nicht das Bild als Ganzes.

Hippokrates:

Da hatte er recht, aber du hattest auch recht, als du vorhin unsere Unterhaltung nicht abbrechen wolltest, bevor wir uns Licht gebracht hätten, welche Erkenntnisse die Mathematik über die reale Welt erwarten läßt, die man ohne sie nie erhalten könnte. Aber es scheint doch an der Zeit, daß wir uns auf den Weg machen. Die Sonne ist am Untergang, und ich gestehe, daß ich Hunger und Durst verspüre. Aber wenn du mit deiner Geduld noch nicht zu Ende bist, möchte ich dich auf dem Rückweg noch über etwas befragen.

Sokrates:

Also schön, gehen wir in die Stadt, und frage mich, was du willst!

Hippokrates:

Siehe, Sokrates, unser Gespräch hat mich restlos davon überzeugt, daß ich gar nichts Besseres tun könnte, als Mathematik zu studieren. Du hast mich begreifen gelehrt, was Mathematik ist, und ich danke dir herzlich dafür. Nur eines verstehe ich noch nicht. Du konntest mich so ausgezeichnet überzeugen, daß es für mich gut sei, Mathematik zu treiben, du hast mich das Wesen der Mathematik viel besser begreifen gelehrt als Theaitetos, und der ist doch nicht nur der beste Schüler von Theodorus, sondern könnte eines Tages gar seinem Meister über den Kopf wachsen. Wie kommt es denn, daß du selbst nicht Mathematik betreibst? Wenigstens ist mir nichts davon bekannt, daß

Du hast recht, Sokrates, ich möchte noch einen Vergleich anführen: Der Feldherr, der vom Gipfel eines Hügels das Vortricken des feindlichen Heeres betrachtet, hat einen besseren Überblick über die Kampflage als der Soldat in der vordersten Linie, der nur diejenigen sieht, die ihm unmittelbar gegenüberstehen.

Sokrates:

Du überholst mich ja schon, Hippokrates, aber ich will mich nicht geschlagen geben. Ich erinnere mich, neulich war ich bei Aristophon, dem Sohn des Aglaophon, und betrachtete eines seiner Bilder. Da sagte er zu mir: Tritt nicht so nahe an das Bild, Sokrates! Du siehst sonst nichts als Farbfläcke und nicht das Bild als Ganzes.

Hippokrates:

Da hatte er recht, aber du hattest auch recht, als du vorhin unsere Unterhaltung nicht abbrechen wolltest, bevor wir uns Licht gebracht hätten, welche Erkenntnisse die Mathematik über die reale Welt erwarten läßt, die man ohne sie nie erhalten könnte. Aber es scheint doch an der Zeit, daß wir uns auf den Weg machen. Die Sonne ist am Untergang, und ich gestehe, daß ich Hunger und Durst verspüre. Aber wenn du mit deiner Geduld noch nicht zu Ende bist, möchte ich dich auf dem Rückweg noch über etwas befragen.

Sokrates:

Also schön, gehen wir in die Stadt, und frage mich, was du willst!

Hippokrates:

Siehe, Sokrates, unser Gespräch hat mich restlos davon überzeugt, daß ich gar nichts Besseres tun könnte, als Mathematik zu studieren. Du hast mich begreifen gelehrt, was Mathematik ist, und ich danke dir herzlich dafür. Nur eines verstehe ich noch nicht. Du konntest mich so ausgezeichnet überzeugen, daß es für mich gut sei, Mathematik zu treiben, du hast mich das Wesen der Mathematik viel besser begreifen gelehrt als Theaitetos, und der ist doch nicht nur der beste Schüler von Theodorus, sondern könnte eines Tages gar seinem Meister über den Kopf wachsen. Wie kommt es denn, daß du selbst nicht Mathematik betreibst? Wenigstens ist mir nichts davon bekannt, daß

du es tut. Wenn ich bedenke, was du mir alles über das Wesen der Mathematik erklärt hast, scheinst du mir besser imstande zu sein als jeder andere, diese Wissenschaft voranzutreiben. Unsere Unterhaltung hat mich zu dem festen Entschluß geführt, Mathematik zu studieren, aber ich möchte auch gleichzeitig sagen: Ich bin überzeugt, daß du für mich der beste Lehrmeister wärest, wenn du die Mühe auf dich nehmen wolltest.

Sokrates:

Du überholst mich ja schon, Hippokrates, aber ich will mich nicht geschlagen geben. Ich erinnere mich, neulich war ich bei Aristophon, dem Sohn des Aglaophon, und betrachtete eines seiner Bilder. Da sagte er zu mir: Tritt nicht so nahe an das Bild, Sokrates! Du siehst sonst nichts als Farbfläcke und nicht das Bild als Ganzes.

Hippokrates:

Da hatte er recht, aber du hattest auch recht, als du vorhin unsere Unterhaltung nicht abbrechen wolltest, bevor wir uns Licht gebracht hätten, welche Erkenntnisse die Mathematik über die reale Welt erwarten läßt, die man ohne sie nie erhalten könnte. Aber es scheint doch an der Zeit, daß wir uns auf den Weg machen. Die Sonne ist am Untergang, und ich gestehe, daß ich Hunger und Durst verspüre. Aber wenn du mit deiner Geduld noch nicht zu Ende bist, möchte ich dich auf dem Rückweg noch über etwas befragen.

Sokrates:

Also schön, gehen wir in die Stadt, und frage mich, was du willst!

Hippokrates:

Siehe, Sokrates, unser Gespräch hat mich restlos davon überzeugt, daß ich gar nichts Besseres tun könnte, als Mathematik zu studieren. Du hast mich begreifen gelehrt, was Mathematik ist, und ich danke dir herzlich dafür. Nur eines verstehe ich noch nicht. Du konntest mich so ausgezeichnet überzeugen, daß es für mich gut sei, Mathematik zu treiben, du hast mich das Wesen der Mathematik viel besser begreifen gelehrt als Theaitetos, und der ist doch nicht nur der beste Schüler von Theodorus, sondern könnte eines Tages gar seinem Meister über den Kopf wachsen. Wie kommt es denn, daß du selbst nicht Mathematik betreibst? Wenigstens ist mir nichts davon bekannt, daß

Gebiete tun, einerlei, was der Gegenstand ihrer Gedanken ist, also auch im alltäglichen Leben und selbst in der Politik. Das ist es, was ich zu leisten versuche. Ich habe versucht, den Menschen zu zeigen — du erinnerst dich ja noch, bei unserer Unterhaltung mit Protagoras ging es auch darum —, *in welchem Grade die Leute, die sich für weise halten, unwissend sind, auf welch unsicherem Grunde ihre Überlegungen stehen, und das ganz einfach deshalb, weil sie von Begriffen ausgehen, die, an mathematischen Maßstäben gemessen, völlig unklar sind.* Ich habe mir dadurch freilich immer nur den Zorn aller Leute zugezogen. Für diejenigen, die so schwach sind, daß sie sich mit nebelhaften Begriffen und einer bequemen Denkweise zufriedengeben — leider gibt es eine Menge Leute dieses Schlages —, bin ich der fleischgewordene Vorwurf. Die Leute mögen den Mann nicht, der sie immer wieder auf ihre Fehler aufmerksam macht, die sie nicht andern wollen oder können. Eines Tages werden sie gegen mich aufstehen und mich umbringen. Aber bis dahin werde ich fortführen, was ich einmal begonnen habe. Du aber gehe zu Theodoros!

DIALOG ÜBER DIE ANWENDUNGEN DER MATHEMATIK

— du erinnerst dich ja noch, bei unserer Unterhaltung mit Protagoras ging es auch darum —, *in welchem Grade die Leute, die sich für weise halten, unwissend sind, auf welch unsicherem Grunde ihre Überlegungen stehen, und das ganz einfach deshalb, weil sie von Begriffen ausgehen, die, an mathematischen Maßstäben gemessen, völlig unklar sind.* Ich habe mir dadurch freilich immer nur den Zorn aller Leute zugezogen. Für diejenigen, die so schwach sind, daß sie sich mit nebelhaften Begriffen und einer bequemen Denkweise zufriedengeben — leider gibt es eine Menge Leute dieses Schlages —, bin ich der fleischgewordene Vorwurf. Die Leute mögen den Mann nicht, der sie immer wieder auf ihre Fehler aufmerksam macht, die sie nicht andern wollen oder können. Eines Tages werden sie gegen mich aufstehen und mich umbringen. Aber bis dahin werde ich fortführen, was ich einmal begonnen habe. Du aber gehe zu Theodoros!

Hieron:

Mein lieber Freund Archimedes, heute abend gab ich zu Ehren des Sieges unserer kleinen Stadt Syracus über das mächtige Rom in meinem Palast ein Gastmahl. Auch du warst eingeladen, aber dein Platz blieb leer. Warum bist du nicht gekommen, gerade du, dem wir den heutigen Sieg verdanken? Deine mächtigen Kupferspiegel haben zehn von den zwanzig großen Kriegsschiffen der Römer in Brand gesetzt; sie enteilten bei südwestlichem Wind als brennende Fackeln aus dem Hafen; doch bevor sie das freie Meer erreicht hatten, versankten sie sämtlich. Ich brachte es nicht über mich, schlafen zu gehen, ohne dir nochmals dafür zu danken, daß du unsere Stadt vom Feinde befreit hast.

Archimedes:

Majestät! Zu so später Stunde! Das ist aber eine Überraschung! Was hat König Hieron veranlaßt, mich in meinem bescheidenen Heim mit seinem Besuch zu beehren?

Hieron:

Darüber reden wir später. Erst möchte ich dir ein Geschenk überreichen, das schätzte, das ich dir geben kann.

Archimedes:

Das ist ja ein wahres Meisterwerk!

Hieron:

Diese Schale ist aus reinem Gold; selbst wenn du sie mit deiner berühmten Methode prüfst, wirst du keine Spur Silber darin finden.

